

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES – L'ESSENTIEL

I Probabilité conditionnelle

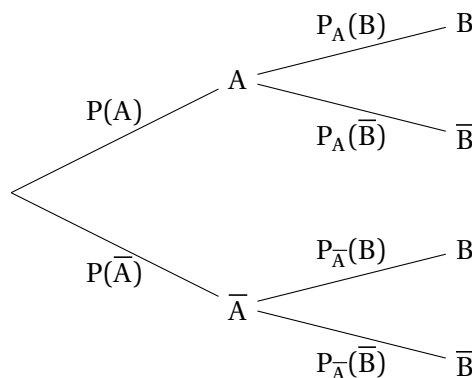
- « Probabilité de B sachant A » : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.
- En situation d'équiprobabilité : $P_A(B) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(A)}$
- $P_A(\dots)$ est également une probabilité : entre 0 et 1, $P_A(\bar{B}) = 1 - P_A(B)$.

II Intersection et union

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = P(B) \times P_B(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

III Arbre pondéré



IV Formule des probabilités totales

Si $A_1, A_2, \dots, A_n$ forment une partition de Ω , alors pour tout évènement B :

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B) \\ &= P(A_1) \times P_{A_1}(B) + P(A_2) \times P_{A_2}(B) + \dots + P(A_n) \times P_{A_n}(B). \end{aligned}$$

Exemple fondamental avec A et $\bar{A}$:

$$P(B) = P(A) \times P_A(B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B)$$

V Indépendance

$$A \text{ et } B \text{ sont indépendants} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$\Leftrightarrow P_A(B) = P(B)$$

Ne pas confondre : évènements **indépendants** et évènements **incompatibles**.

Si A et B sont indépendants, alors A et $\bar{B}$ sont aussi indépendants.

VI Succession de deux épreuves indépendantes

Si deux expériences successives sont indépendantes, le résultat de la première n'influence pas celui de la seconde. On peut représenter la situation par un arbre pondéré ou par un tableau à double entrée :

	A	$\bar{A}$
B	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$
$\bar{B}$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$