ARITHMÉTIQUE

I Divisibilité : écrire la définition

$\mathbb{N} = \{0\,;1\,;2\,;\ldots\} \subset \mathbb{Z}$. Pour $a,b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$:

$$\boxed{b \mid a \iff a = kb \text{ pour un } k \in \mathbb{Z}}.$$

Même relation : a multiple de b ; b diviseur de a. Le quotient a/b doit être entier.
$1, -1$ divisent tout entier ; 0 est multiple de tout entier non nul.

II Critères et parité

Diviseur	Critère sur l'écriture décimale	Parité : calcul
2,5,10	Unités : pair ; 0 ou 5 ; 0.	Pair + pair : pair.
3,9	Somme des chiffres multiple de 3, de 9.	Impair + impair : pair.
4	Deux derniers chiffres multiples de 4.	Pair + impair : impair.
	Pair : $2k$; impair : $2k+1$, $k \in \mathbb{Z}$.	Pair × entier : pair ; impair × impair : impair.

III Démontrer avec des entiers

Méthode : définition → égalité → factorisation → facteur entier → conclusion.

$$bk + b\ell = b(k+\ell) \quad (k,\ell \in \mathbb{Z}).$$

Somme et différence de multiples de b : multiples de b.

$$(2k+1)^2 = 2(2k^2+2k)+1.$$



Carré d'un impair : impair.
Réfuter « toujours » : un contre-exemple suffit.

IV Diviseurs communs, cycles et fractions

Question	Idée
Lots identiques, carrés les plus grands	Plus grand diviseur commun aux quantités.
Deux cycles simultanés	Premier multiple positif commun aux périodes.
Fraction irréductible a/b, $b \neq 0$	Aucun diviseur positif commun autre que 1. Diviser numérateur et dénominateur par le même diviseur non nul.