PROBABILITÉS

I Modéliser le hasard

Issue : résultat possible. **Univers** Ω **:** ensemble des issues. **Évènement :** partie de Ω.

$$0 \leqslant P(A) \leqslant 1, \quad P(\Omega) = 1, \quad P(\varnothing) = 0, \quad \boxed{P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}} \text{ en équiprobabilité.}$$

Loi finie : probabilités des issues positives ou nulles, de somme 1. L'équiprobabilité est une hypothèse du modèle.
Fréquence observée : k/n. Nombreuses répétitions indépendantes : souvent proche de la probabilité, avec fluctuations.

II Évènements et formules

Mot	Évènement	Formule
Non	$\overline{A}$	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
Et	$A \cap B$	$P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$ $(P(A) > 0)$
Ou, au moins l'un	$A \cup B$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Incompatibles : intersection vide ; les probabilités s'ajoutent.

III Conditionner et utiliser un arbre

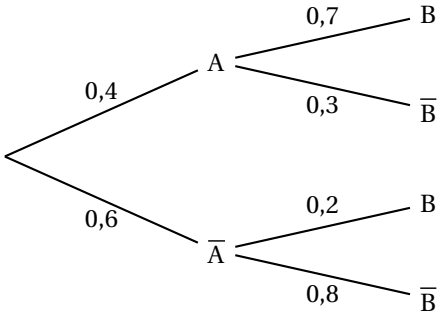
Si $P(A) > 0$ **:**

$$\boxed{P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}.$$

Tableau d'effectifs : case $A \cap B$ / total du groupe A.
Arbre : somme 1 au départ d'un nœud ; produit sur un chemin ; somme de chemins disjoints.
Pour $0 < P(A) < 1$:

$$P(B) = P(A)P_A(B) + P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B).$$

Inverser : calculer l'intersection puis $P(B)$; $P_B(A) = P(A \cap B)/P(B)$ si $P(B) > 0$.



$P(A \cap B) = 0{,}4 \times 0{,}7 = 0{,}28$.

IV Conditionnements dans un test fictif

D : malade ; T^+ : test positif ; T^- : test négatif.

Faux positif	Faux négatif	Sensibilité	Spécificité
$T^+ \cap \overline{D}$	$T^- \cap D$	$P_D(T^+)$	$P_{\overline{D}}(T^-)$

Attention : $P_D(T^+) \neq P_{T^+}(D)$ en général. L'indice fixe la population de référence.